Série N° 4

Exercice 1

Le système mécanique ci-dessous est composé des éléments suivants :

- un bâti fixe (S_0),
- un solide (S_1) composé d'un demi-disque de rayon r_1 et d'une tige (OE). Le solide (S_1) est en liaison glissière d'axe $(O, \vec{x}_0)$ avec le bâti (S_0),
- une roue (S_2) de rayon r_2 en contact ponctuel de normale $(K, \vec{y}_0)$ avec (S_1) et en liaison pivot d'axe $(B, \vec{z}_0)$ avec le bâti (S_0),
- un disque (S_3) de rayon r_3 en contact ponctuel de normale avec (S_1) et en liaison pivot d'axe $(G, \vec{z}_0)$ avec (S_4),
- une tige (S_4) en liaison glissière d'axe $(J, \vec{y}_0)$ avec (S_0).

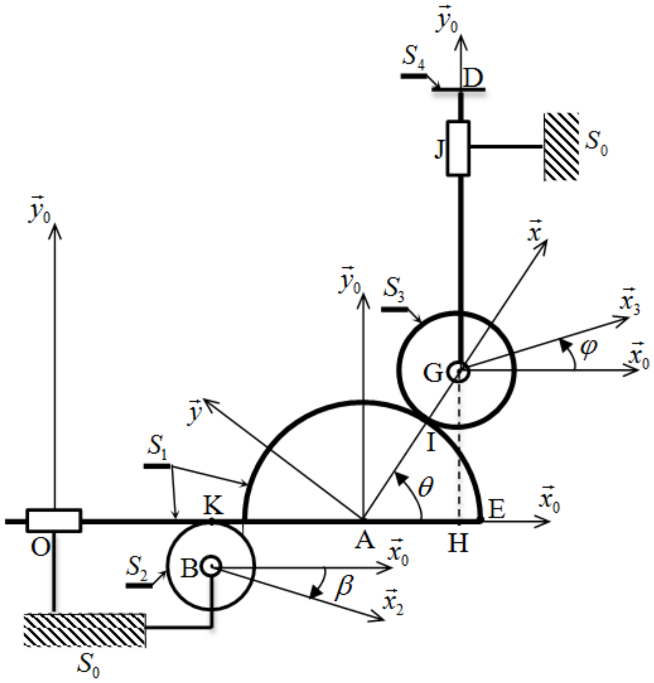

FIGURE 1 –

Soient les repères $R_0\,(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, $R_1\,(A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, $R_2\;(B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$ et $R_3\,(G, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)$ respectivement liés au solides (S_0), (S_1), (S_2) et (S_3). Le repère $R\,(A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}_0)$ est choisi tel que l'axe $(A, \vec{x})$ passe par le point de contact I.
On pose : $\beta = (\vec{x}_0, \vec{x}_2)$, $\theta = (\vec{x}_0, \vec{x})$, $\varphi = (\vec{x}_0, \vec{x}_3)$, $\overrightarrow{OA} = \mu\,\vec{x}_0$ et $\overrightarrow{OH} = a\,\vec{x}_0$ (H est la projection de G_3 sur l'axe $(O, \vec{x}_0)$), $\overrightarrow{GJ} = \lambda\vec{y}_0$, $\overrightarrow{HJ} = b\vec{y}_0$, avec a et b sont des constantes.
On suppose que le système mécanique est en mouvement dans le plan $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$, le solide (S_2) effectue un mouvement de rotation sans glissement avec (S_1) et le disque (S_3) effectue un mouvement de rotation avec glissement avec (S_1).

1) Déterminer le vecteur $\overrightarrow{OH}$ en fonction de μ, r_1,r_3 et θ. En déduire une relation entre $\dot{\mu}$ et $\dot{\theta}$.
2) Déterminer le vecteur $\overrightarrow{HJ}$ en fonction de λ, r_1,r_3 et θ. En déduire une relation entre $\dot{\lambda}$ et $\dot{\theta}$.
3) Déterminer les vecteurs rotations instantanées : $\overrightarrow{\Omega}_{S_1/S_0}$, $\overrightarrow{\Omega}_{S_2/S_0}$, $\overrightarrow{\Omega}_{S_3/S_0}$ et $\overrightarrow{\Omega}_{S_4/S_0}$.
4) Déterminer le vecteur rotation instantanée $\overrightarrow{\Omega}_{S_3/S_1}$. En déduire les vecteurs rotations instantanées de pivotement et de roulement du mouvement de (S_3) par rapport à (S_1).
5) Déterminer en fonction θ, $\dot{\theta}$, r_1 et r_3, le vecteur vitesse $\overrightarrow{V}_{A\in S_1/S_0}$.
6) En utilisant la condition de roulement sans glissement au point K, déterminer une relation entre $\dot{\beta}$ et $\dot{\theta}$.
7) Déterminer le torseur cinématique, au point G, du mouvement de (S_3) par rapport à (S_0).
8) Déterminer, par la cinématique des solides, le vecteur vitesse $\overrightarrow{V}_{I\in S_3/S_0}$.
9) Déterminer la vitesse de glissement, au point I, du mouvement de (S_3) par rapport à (S_1). Exprimer le résultat dans la base de R.
10) Déterminer (sans calcul) les CIR de (S_2/S_0), (S_3/S_4) et (S_2/S_1).

Exercice 2 : Etude cinématique d'un mécanisme de réglage d'inclinaison du volet

Les volets se situent au bord de fuite de l'aile d'avion entre les ailerons et le fuselage. C'est un dispositif utilisé pour augmenter la portance d'un avion aux basses vitesses et abaisser ainsi la vitesse de décrochage. Ces dispositifs permettent ainsi de décoller, et d'atterrir, à plus basse vitesse ce qui améliore le confort et la sécurité.

FIGURE 2 – Dispositif de volets dans un avion

L'inclinaison de volet est réglée par un mécanisme à came. On s'intéresse dans ce sujet à étudier ce mécanisme d'inclinaison dans le but de déterminer la loi entrée sortie en cinématique.

La figure 3 représente le schéma cinématique minimal du mécanisme d'inclinaison de volet. Les principaux éléments constituant ce mécanisme sont :

— Le bâti (0) auquel est lié le repère $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

— Le volet (1), lié au repère $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$, est en liaison pivot d'axe $(O, \vec{z}_0)$ avec le bâti (0). Son mouvement est paramétré par l'angle $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$.

— Le galet (2), lié au repère $R_2(B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$, est en liaison ponctuelle au point A avec le volet (1). Son mouvement est paramétré par l'angle $\beta = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{y}_1, \vec{y}_2)$.

— Le poussoir (3) est en liaison pivot d'axe $(B, \vec{z}_0)$ avec le galet (2). Elle est également en liaison glissière d'axe $(D, \vec{y}_0)$ avec le bâti (0).

— La came (4) est en liaison pivot d'axe $(C, \vec{z}_0)$ avec le bâti (0). Elle est également en liaison ponctuelle au point I et de normale $\vec{n}$ avec le poussoir (3).

Principe de fonctionnement

Le réglage de l'inclinaison du volet (1) est réalisé à partir de l'angle de l'inclinaison de rotation de la came (4). Celle-ci entraine en translation le poussoir (3). Le galet (2) articulé à l'extrémité inferieure du poussoir roule sur le levier (1), leur contact au point A provoque la rotation du volet. Un ressort de compression (5) assure le maintien en contact entre le galet et le volet.

Données et caractéristiques géométriques du mécanisme

Les données géométriques du mécanisme sont exprimées par les relations vectorielles :

$$\overrightarrow{OE} = L\vec{x}_1,\ \overrightarrow{OA} = x(t)\vec{x}_1,\ \overrightarrow{OH} = a\vec{x}_0,\ \overrightarrow{HD} = h\vec{y}_0,\ \overrightarrow{AB} = R\vec{y}_1,\ \overrightarrow{HB} = \eta(t)\vec{y}_0,\ \overrightarrow{DC} = b\vec{y}_0 \text{ et } \overrightarrow{IC} = r(t)\vec{y}_0$$

— Les variables : x, η, r, α, β et θ sont les paramètres du mécanisme. Les constantes a, b, h et L sont des caractéristiques géométriques du mécanisme.

— H est le pied de projection du point B sur l'axe $(O, \vec{x}_0)$.

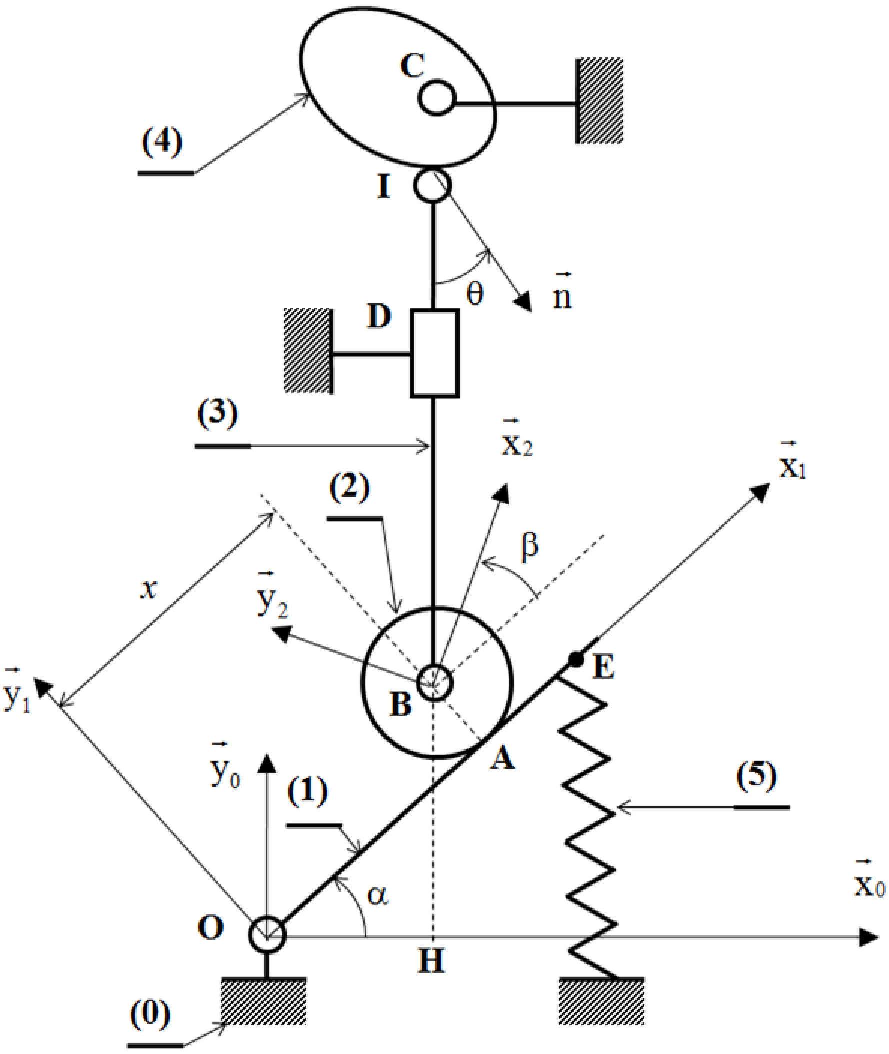

FIGURE 3 – schéma cinématique minimal du mécanisme d'inclinaison de volet

Objectif :
L'objectif de l'étude cinématique est de trouver la relation qui relie la vitesse de rotation du volet et la vitesse de translation du poussoir. Cette relation sera considérer comme loi entrée sortie du mécanisme.

La vitesse de translation du poussoir par rapport au bâti est supposée connue : $\overrightarrow{V}(B \in 3/0) = \dot{\eta}\vec{y}_0$.

1) Déterminer les vecteurs instantanés de rotation suivants : $\overrightarrow{\Omega}(1/0)$, $\overrightarrow{\Omega}(2/0)$, $\overrightarrow{\Omega}(2/1)$.

2) Déterminer par dérivation et en fonction de $\dot{x}(t)$ le vecteur vitesse : $\overrightarrow{V}(B \in 2/1)$.

3) (a) Déterminer par cinématique $\overrightarrow{V}(A \in 2/1)$.

(b) Sachant que le contact entre les deux solides (1) et (2) est sans glissement. Ecrire la relation qui relie $\dot{x}$ et $\dot{\beta}$.

4) (a) Déterminer par composition de mouvement $\overrightarrow{V}(B \in 2/0)$ dans la base de repère R_1.

(b) Déduire de l'équation des vitesses en B les relation scalaires qui relie R, $\dot{x}$,x, $\dot{\alpha}$, α et η.

(c) Exprimer $\dot{\alpha}$ en fonction de $\dot{\eta}$, x et α.

On cherche à déterminer la vitesse de rotation du volet à partir des tracés graphiques. On donne $V(B \in 3/0) = 0,4 m/s$, $OB = 220 mm$ et $OA = 210 mm$.

5) Indiquer les CIR des mouvements : I_{10}, I_{21} et I_{23}.

6) Déterminer graphiquement sur la figure 3 le CIR I_{20}.

7) Montrer que la direction du vecteur vitesse $\overrightarrow{V}(B \in 1/0)$ est perpendiculaire à $\overrightarrow{OB}$. Exprimer sa norme en fonction de $\dot{\alpha}$ et $\left\|\overrightarrow{OB}\right\|$.

8) Donner la direction de $\overrightarrow{V}(B \in 2/1)$.

9) Effectuer les tracés graphiques sur la figure 4 qui permettent de déterminer les normes suivantes : $\left\|\overrightarrow{V}(B \in 1/0)\right\|$ et $\left\|\overrightarrow{V}(B \in 2/1)\right\|$.

10) Déterminer la valeur de $\dot{\alpha}$.

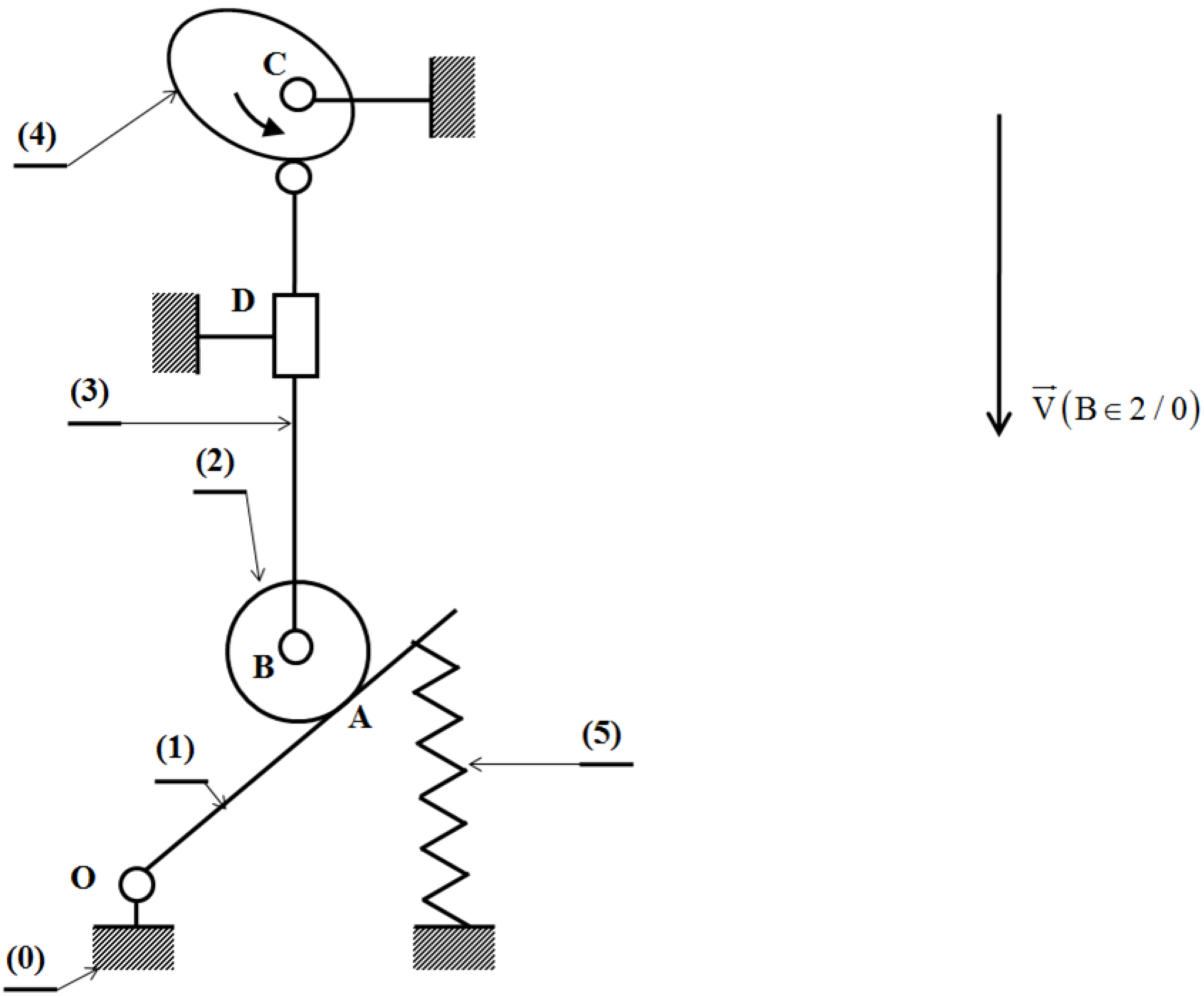

FIGURE 4 –