

Série N° 4 : STATIQUE

Exercice 1

La Figure (1) présente le schéma cinématique d'un mécanisme destiné à assurer le levage d'une charge liée au coulisseau (S_3) à l'aide d'un levier à excentrique (S_1) et d'un balancier (S_2). Le solide (S_1) est en liaison pivot d'axe (O, \vec{z}_0), avec le bâti (S_0) et en liaison ponctuelle de normale (I, \vec{y}_2) avec le balancier (S_2). Ce balancier est en liaison pivot d'axe (A, \vec{z}_0) avec (S_0) et en liaison ponctuelle de normale (J, \vec{y}_2) avec le coulisseau (S_3). Le solide (S_3), sur lequel est appliquée la charge $\vec{P} = -P\vec{y}_0$, est en liaison glissière d'axe (D, \vec{y}_0) avec le bâti (S_0).

Soient les repères, $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$, $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$ liés respectivement aux solides (S_0), (S_1) et (S_2).

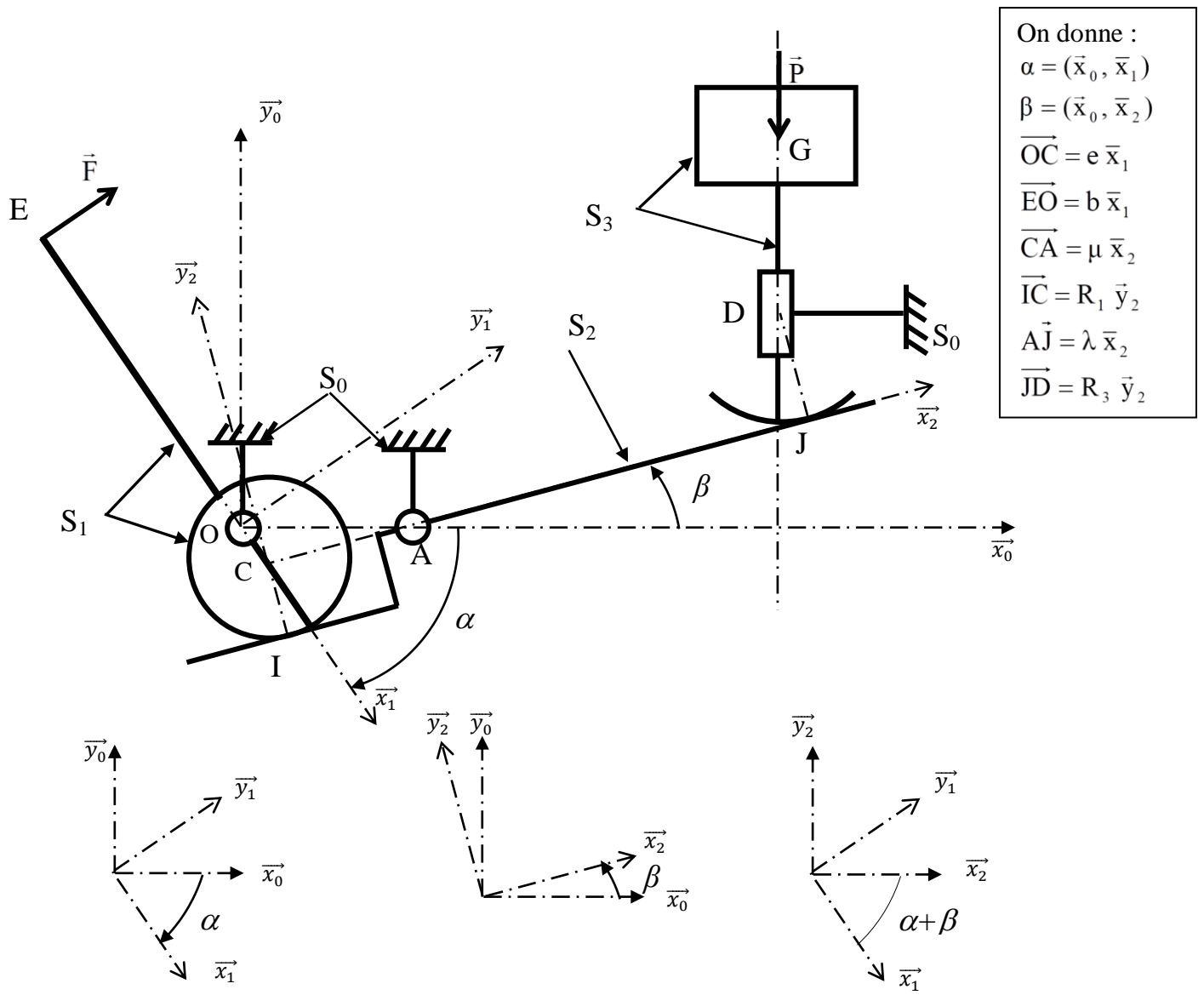


FIGURE 1 –

Dans cette étude on suppose que les solides (S_1) et (S_2) et (S_3) sont en équilibre par rapport au référentiel R_0 et l'action mécanique de l'opérateur sur le levier excentrique (S_1) est modélisée par un vecteur force $\vec{F} = F \vec{y}_1$.

Partie I :

Nous supposons dans cette partie les hypothèses suivantes :

- Toutes les liaisons sont considérées parfaites.
- L'action de la pesanteur est négligeable.

- I.1)** Déterminer dans leurs points d'application les torseurs des actions mécaniques suivant : $\{\tau_{(S_0 \rightarrow S_1)}\}_O^{B_0}$; $\{\tau_{(S_0 \rightarrow S_3)}\}_D^{B_0}$; $\{\tau_{(S_0 \rightarrow S_2)}\}_A^{B_2}$; $\{\tau_{(S_2 \rightarrow S_1)}\}_I^{B_2}$ et $\{\tau_{(S_2 \rightarrow S_3)}\}_J^{B_2}$
- I.2)** Déterminer, au point (O) et dans la base B_0 , le torseur des actions mécaniques exercées sur le solide (S_1) .
- I.3)** En appliquant le principe fondamental de la statique (PFS) à (S_1) montrer que $F = \frac{e}{b} Y_I \cos(\alpha + \beta)$
- I.4)** Déterminer, au point (A) et dans la base B_2 , le torseur des actions mécaniques exercées sur le solide (S_2) .
- I.5)** En appliquant le principe fondamental de la statique (PFS) à (S_2) , montrer que $Y_I = \frac{\lambda Y_J}{\mu}$
- I.6)** Déterminer, au point (D) et dans la base B_0 , le torseur des actions mécaniques exercées sur le solide (S_3) .
- I.7)** En appliquant le principe fondamental de la statique à (S_3) et en utilisant les résultats des questions (I.3) et (I.5) déterminer la force F en fonction de la charge P .

Partie II :

Le mécanisme est supposé plan et toutes les liaisons sont supposées parfaites sauf la liaison ponctuelle au point J est avec frottement de coefficient de frottement f .

L'action de la pesanteur est négligeable.

Objectif : Dans cette partie on veut déterminer la force F minimale qui permet de monter la charge.

II.1) On donne $\overrightarrow{AD} \cdot \vec{x} = L$. Montrer que $\lambda = \frac{L + R_3 \sin \beta}{\cos \beta}$.

II.2) La liaison ponctuelle entre S_2 et S_3 au point de contact J est avec frottement de glissement, cela engendre une action mécanique représentée au point J par le torseur :

$$\{\tau_{(S_2 \rightarrow S_3)}\}_J = \left\{ \begin{array}{cc} X_J & 0 \\ Y_J & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_J^{B_2}$$

- II.3)** Identifier, dans la base B_2 , la composante normale et la composante tangentielle de la force de contact au point J . Pour $\beta < \frac{\pi}{2}$, préciser et justifier le signe de la composante tangentielle (scalaire).
- II.4)** En appliquant la loi de coulomb, Ecrire alors la relation entre les composantes scalaires des forces tangentielle et normale au début de la montée de la charge.
- II.5)** Déterminer, dans la base B_0 , la résultante des actions mécaniques extérieures appliqués à (S_3) .
- II.6)** Déterminer les équations scalaires qui découlent de l'application du théorème de la résultante statique appliqué au solide (S_3) .
- II.7)** Sachant qu'on a toujours $Y_I = \frac{\lambda}{\mu} Y_J$, déterminer la relation qui exprime la force F en fonction de la charge P et le coefficient de frottement f . Comparer cette relation avec celle trouvée dans la partie I (Question I.7).

Exercice 2

La Figure 2 présente le schéma cinématique d'une machine à poinçonner (Perforer) les tôles. Elle est constituée d'une manivelle motrice (S_1), qui est en liaison pivot d'axe (A, \vec{z}_0), et avec le bâti (S_0) et en liaison linéaire annulaire d'axe (C, \vec{x}_2) avec le levier (S_2). Ce levier, entraîné par le mouvement de rotation de (S_1), est en liaison linéaire annulaire d'axe (O, \vec{x}_2) avec (S_0) et en liaison pivot d'axe (B, \vec{z}_0) avec le coulisseau (S_3). Le solide (S_3), sur lequel est fixé le poinçon qui sert à perforeur la tôle au niveau du point H , est en liaison glissière d'axe (D, \vec{y}_0) avec le bâti (S_0).

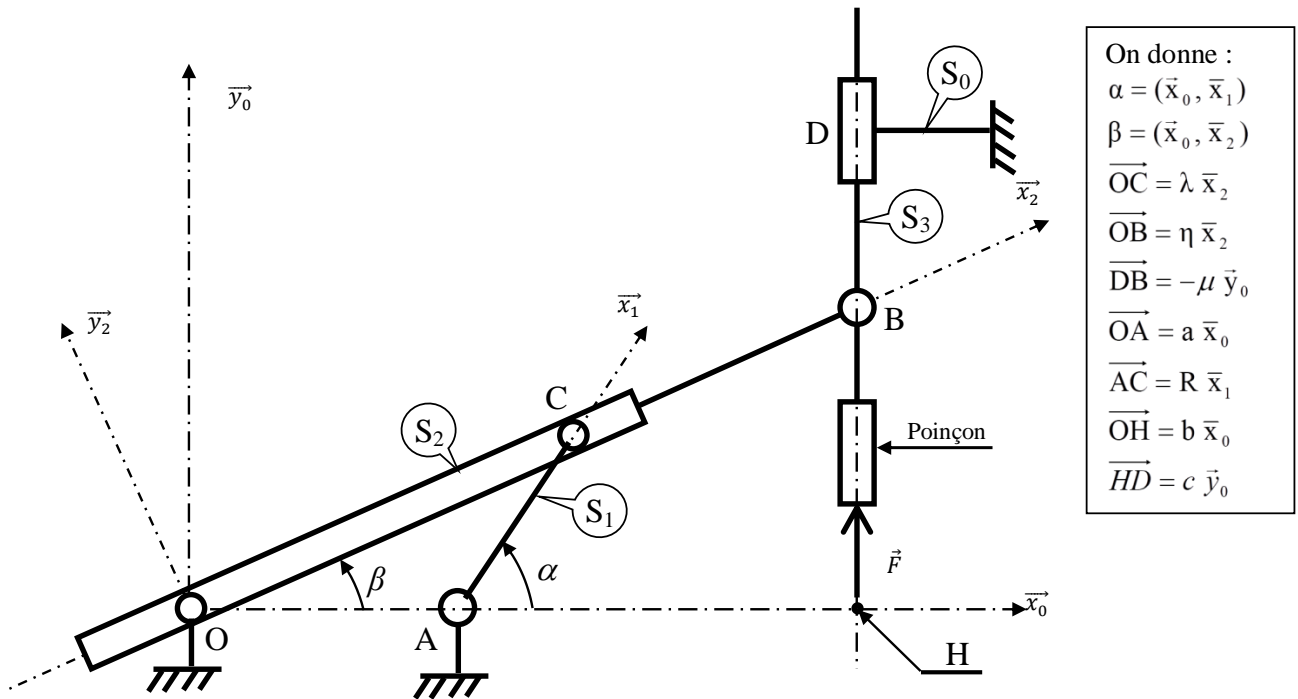


FIGURE 2 –

Dans cette étude on suppose que les solides (S_1) et (S_2) et (S_3) sont en équilibre par rapport au référentiel R_0 et que le solide (S_3) est en position de début de perforation. L'action mécanique de la tôle sur le poinçon est modélisée par un vecteur force $\vec{F} = F\vec{y}_0$. Le couple moteur appliqué sur le solide (S_1) est $\vec{C}_m = -C_m\vec{z}_0$.

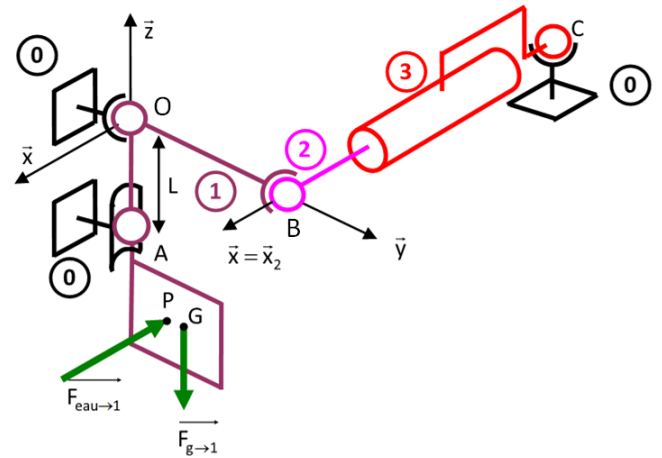
Le mécanisme est supposé plan et toutes les liaisons sont supposées parfaites sauf la liaison glissière en D entre les solides (S_3) et (S_0) est supposée avec frottement de coefficient de frottement f . L'action de la pesanteur est négligeable. On désigne par B_i la base de repère R_i avec ($i = 0, 1, 2, 3$).

- 1) Déterminer les torseurs des actions mécaniques suivants : $\{\tau(S_0 \rightarrow S_1)\}_A^{B_0}$; $\{\tau(S_2 \rightarrow S_1)\}_C^{B_2}$; $\{\tau(S_0 \rightarrow S_2)\}_O^{B_2}$; $\{\tau(S_3 \rightarrow S_2)\}_B^{B_0}$ et $\{\tau(S_0 \rightarrow S_3)\}_D^{B_0}$.
- 2) Déterminer, au point (A) et dans la base B_0 , le torseur des actions mécaniques exercées sur le solide (S_1).
- 3) Déterminer, au point (O) et dans la base B_2 , le torseur des actions mécaniques exercées sur le solide (S_2).
- 4) Déterminer, au point (B) et dans la base B_0 , le torseur des actions mécaniques exercées sur le solide (S_3).
- 5) En appliquant le principe fondamental de la statique à chaque solide : (S_1), (S_2) et (S_3), déterminer la force de perforation F en fonction du couple moteur C_m .

Exercice 3

On s'intéresse à un pilote automatique de voilier qui permet d'ajuster automatiquement le cap d'un bateau sans l'intervention du marin.

Pour assurer la rotation de l'ensemble gouvernail barre franche, repéré (1) par rapport au voilier repère (0) on utilise deux roulements à billes à contact radial ayant pour centre de poussée respectifs les points O et A éloignés d'une distance L . Ces composantes sont modélisées par une liaison rotule de centre O et une liaison linéaire annulaire en A d'axe (A, \vec{z}) . Lorsque le pilotage est automatique, l'ensemble gouvernail barre franche est actionné par un vérin linéaire repéré (2 + 3). La tige du vérin (2) et en liaison rotule de centre B avec l'ensemble (1) alors que son corps (3) est en liaison rotule de centre (C) avec (0).

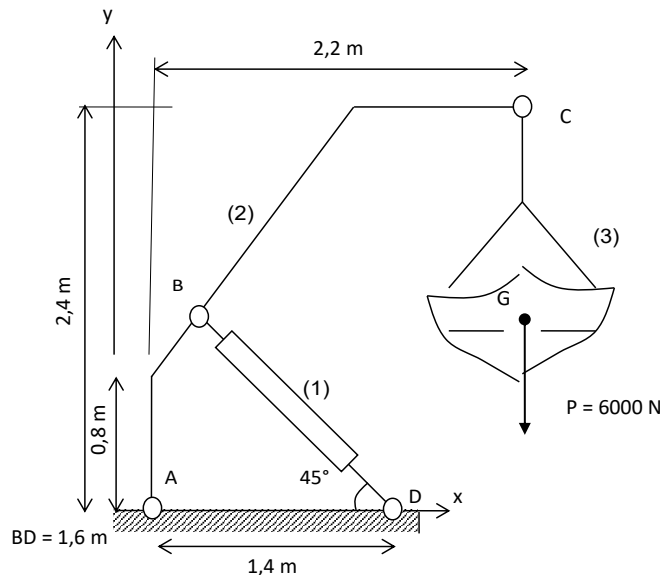


L'eau exerce une action mécanique sur le gouvernail modélisée globalement par une force $\vec{F}_{eau \rightarrow 1} = -F\vec{x}$ en P . L'ensemble (1) (de centre de gravité G et de masse m) est soumis à l'action mécanique de la pesanteur $\vec{g} = -g\vec{z}$ (on néglige cette action mécanique sur les solides (2) et (3)).
On donne : $\vec{OA} = -L\vec{z}$, $\vec{OB} = h\vec{y}$, $\vec{BC} = -\lambda\vec{x}$, $\vec{OP} = a\vec{y} - b\vec{z}$, $\vec{OG} = c\vec{y} - d\vec{z}$

- 1) Faites le graphe de liaison en indiquant les forces extérieures.
- 2) Etudier au point O l'équilibre du gouvernail (1).
- 3) Isoler l'ensemble (2,3) et appliquer le principe fondamental de la statique au point B .
- 4) Déduire les réactions au niveau des liaisons en O, A, B et C en fonction de F .

Exercice 4

Le système représenté ci dessous est situé sur un quai maritime et permet de sortir des bateaux de l'eau. Un vérin hydraulique (1) actionne le montant de la grue auquel est attaché le bateau. Les points A, B, C et D représentent les centres d'articulations sans frottement. le poids du bateau est 6000N . Les poids des pièce sont négligés.



- 1) Isoler le vérin et faire le bilan des actions mécaniques exercées. Préciser pour chaque force sa direction, son sens et son point d'application.
- 2) Isoler le montant de la grue (2), faire le bilan des actions. Déterminer graphiquement les actions en A et B . (Ech : $1\text{cm} = 2000\text{N}$)