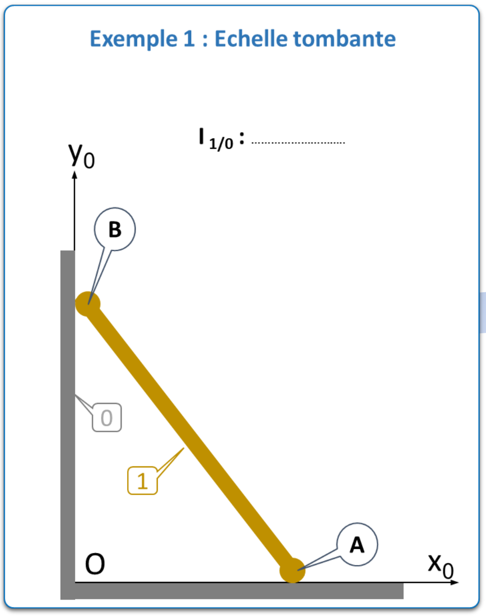
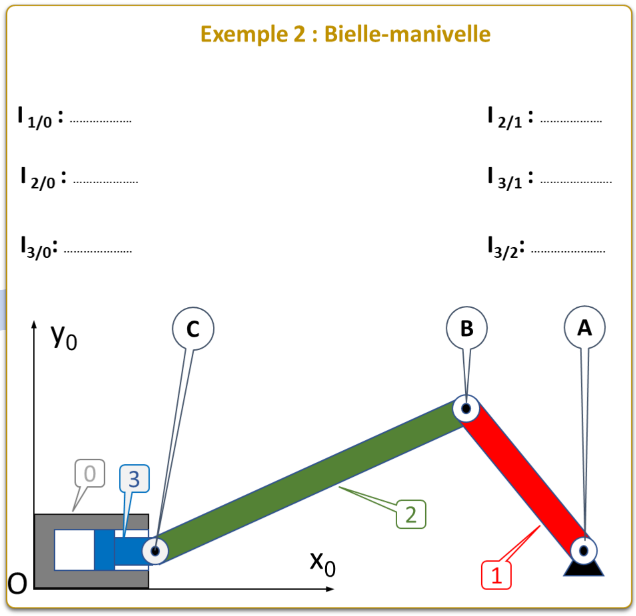
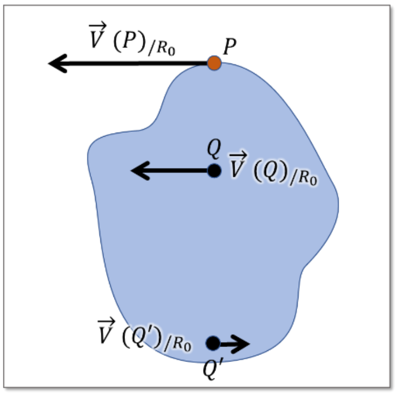




5.4.d. Recherche géométrique du CIR (cas no. 2)



Dans le cas où on tombe sur deux points à vitesses / R0 ...., Il faudrait alors connaitre ces 2 vitesses de façon complète (direction, sens et intensité). En effet, considérons que P et Q sont deux points de S ayant deux vitesses /R0 complètement connues et parallèles. Et soit I le CIR à trouver. On peut écrire :

$$\begin{cases} \overrightarrow{V(P)}_{/R_0} = \overrightarrow{w_{S/R_0}} \wedge \overrightarrow{IP} \\ \overrightarrow{V(Q)}_{/R_0} = \overrightarrow{w_{S/R_0}} \wedge \overrightarrow{IQ} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left\|\overrightarrow{V(P)}_{/R_0}\right\| = \left\|\overrightarrow{w_{S/R_0}}\right\| \ \left\|\overrightarrow{IP}\right\| \\ \left\|\overrightarrow{V(Q)}_{/R_0}\right\| = \left\|\overrightarrow{w_{S/R_0}}\right\| \ \left\|\overrightarrow{IQ}\right\| \end{cases} \Rightarrow \frac{\left\|\overrightarrow{V(P)}_{/R_0}\right\|}{\left\|\overrightarrow{V(Q)}_{/R_0}\right\|} = \frac{IP}{IQ}$$

Le CIR I se situe donc sur l'intersection de deux droites :

- une première joignant les 2 points à vitesses parallèles (P et Q)
- et la deuxième joignant les extrémités de leurs 2 vitesses.

Le même principe peut aider à trouver graphiquement la vitesse de n'importe quel point du solide (ex. : Q') moyennant la connaissance de ....

5.4.e. Mouvement plan sur plan de trois plans

Soient trois solides S_1, S_2 et S_3mutuellement en mouvement plan sur plan (deux à deux) sur le plan P. Soient :

- I_{12} le CIR du mouvement de S_1 par rapport à S_2
- I_{13} le CIR du mouvement de S_1 par rapport à S_3
- I_{23} le CIR du mouvement de S_2 par rapport à S_3

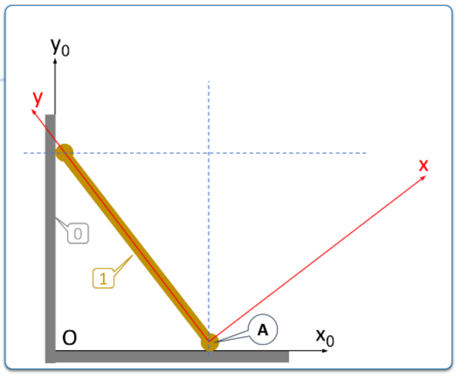
Alors, on peut démontrer que les 3 CIR I_{12} I_{13} et I_{23} sont alignés. **[À faire en exercice]**

5.4.f. Axoïdes du mouvement : base et roulante

Au cours du mouvement de P par rapport à P0, le point I change de position dans P comme dans P0. La « trajectoire » de I dans P0 est appelée base du mouvement plan sur plan alors que sa « trajectoire » dans P est appelée roulante du même mouvement.

Application (Échelle tombante)

Considérons le même exemple no.1 de la recherche du CIR (échelle tombante). Déterminons et représentons graphiquement la base et la roulante sachant qu'un référentiel R0$(O_0, \vec{x_0}, \vec{y_0}, \vec{z_0})$ est considéré comme galiléen, un référentiel R$(A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est lié à l'échelle, $\overrightarrow{OA} = l \sin\alpha \, \vec{x}$ avec $\alpha = (\vec{x}, \vec{x_0})$ et finalement, Les coordonnées du CIR I sont $I(x, y, z)$ dans R et $I(x_0, y_0, z_0)$ dans R0.



....

....

....

....

....

....

....

....

....

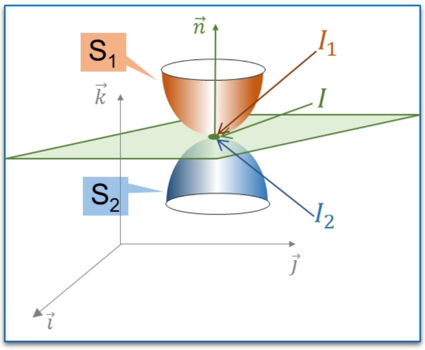
....

....

....

6. Cinématique des solides en contact

6.1. Vitesse de glissement



Considérons les solides S_1 et S_2 en mouvement par rapport à un référentiel R, de sorte que leurs surfaces restent en contact. Supposons que ce contact est ponctuel. Nous distinguons à la zone de contact:

- I: point géométrique de contact
- I_1: Point matériel appartenant à S_1 et .... à I.
- I_2: Point matériel appartenant à S_2 et .... à I.

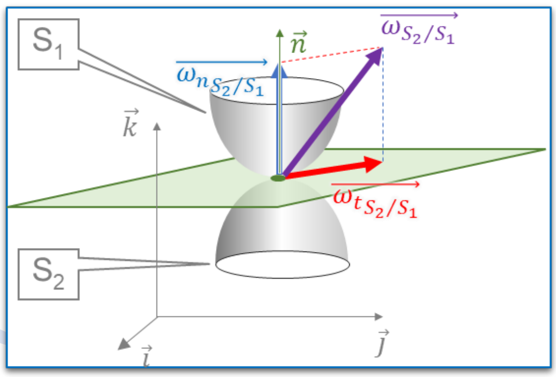
Nous définissons la vitesse de glissement de S_1 sur S_2 en I :

$$\overrightarrow{V(I)_{S_1/S_2}} = \overrightarrow{V(I \in S_1)_{/S_2}} = \vec{V}(I)_{R_1/R} - \vec{V}(I)_{R_2/R} = \overrightarrow{V(I_1)}_{/R} - \overrightarrow{V(I_2)}_{/R}$$

Remarque : Cette vitesse est complètement tangentielle au plan de contact. Ainsi il est impossible d'avoir une composante normale non nulle. En effet, une composante normale

- positive signifierait .... (contraire à l'hypothèse de ....)
- négative signifierait .... (contraire à l'hypothèse de ....)

6.2. Roulement et pivotement



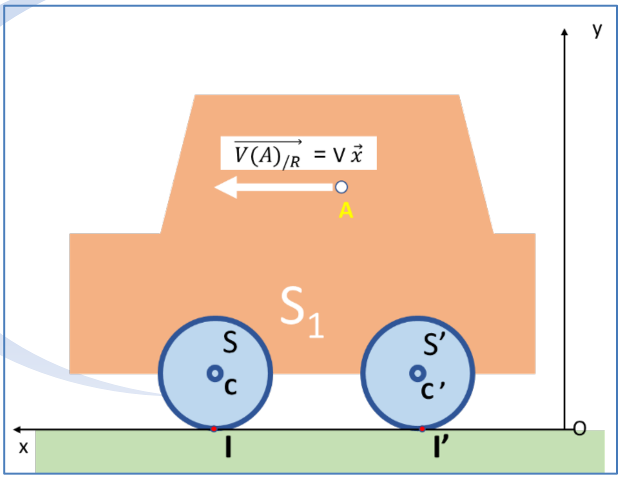
Considérons le mouvement du solides S_2 par rapport au solide S_1 et décomposons le vecteur VIR du mouvement ($\overrightarrow{\omega_{S_2/S_1}}$) en une composante normale et une autre tangentielle. On défini :

- $\overrightarrow{\omega n_{S_2/S_1}}$: vitesse rotation de pivotement de S_2 par rapport à S_1
- $\overrightarrow{\omega t_{S_2/S_1}}$: vitesse rotation de roulement de S_2 par rapport à S_1

$$\vec{\omega}_{S_2/S_1} = \overrightarrow{\omega n_{S_2/S_1}} + \overrightarrow{\omega t_{S_2/S_1}}$$

6.3. Application

- La voiture avance / au rep. gal. R de façon linéaire à vitesse constante (V)
- Les roues **S** et **S'** de rayons r et de centres respectifs **C** et **C'** sont en Roulement Sans Glissement / au sol (lié au rep. gal.) au niveau de **I** et de **I'** respectivement



1. Pour chacun des mouvements suivants, on demande : la nature (exacte) du mouvement, la nature du torseur et le type de liaison

   a. S_1 / sol ....

   b. S_1 / S ....

   c. S / sol ....

   d. S/ S' ....

2. On demande le CIR du mvt de S/sol ....

   ....

3. Trouver la base et la roulante de ce mvt ....

   ....

4. Quelle serait la vitesse angulaire (norme) ω des roues ? ....

   ....

5. Déterminez $\overrightarrow{\omega_{S/R}}$ ....

   ....

6. En cas de freinage brusque il y a glissement entre le sol et les deux roues. Quelle serait la nouvelle position approximative du CIR ?

7. Le véhicule redémarre brusquement (à l'américaine !!). Quelle serait la nouvelle position approximative du CIR?

Question 6	Question 7

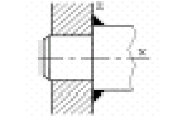
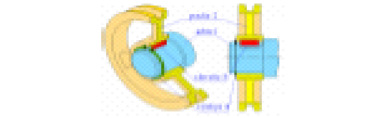
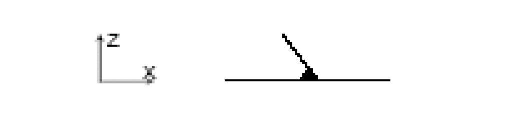
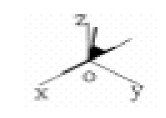
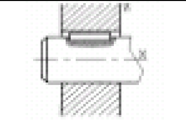
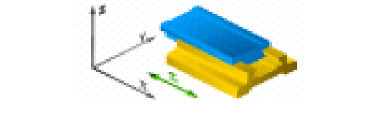
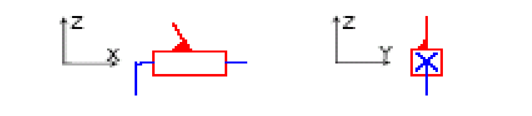
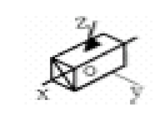
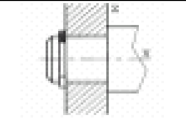
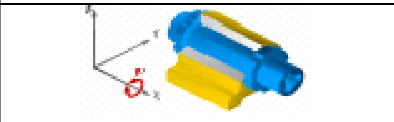
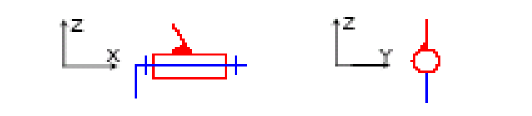
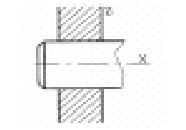
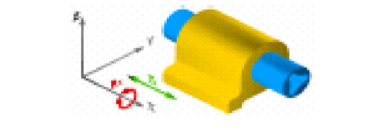
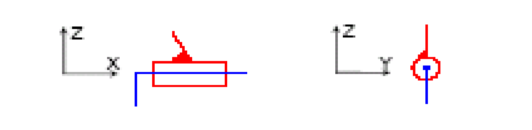
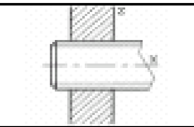
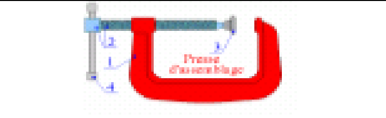
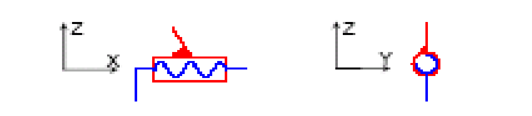
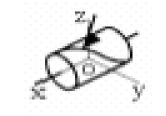
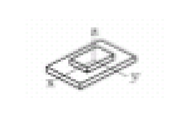
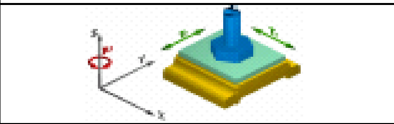
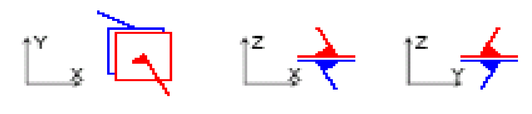
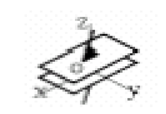
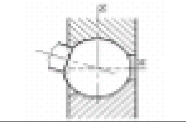
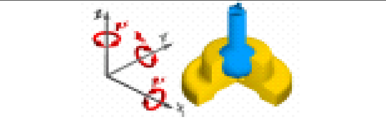
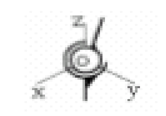
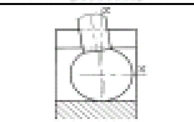
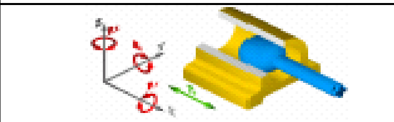
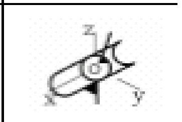
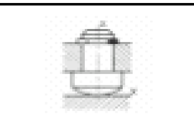
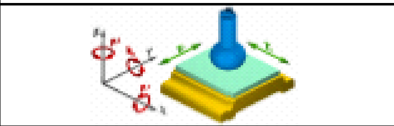
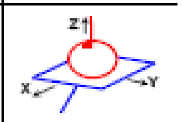
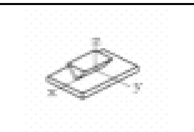
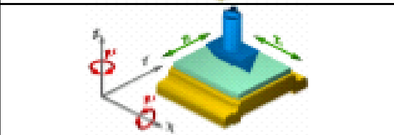
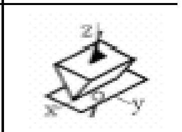
7. Forme canonique du torseur cinématique des liaisons

Considérons les solides S_1 et S_2 en liaison dans le référentiel R$(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$. Désignons le torseur cinématique de liaison au point O par: $\upsilon_{S_2/S_1} = \left\{\vec{\omega}_{S_2/S_1} ; \vec{V}(O)_{S_2/S_1}\right\}_{/O}$ et définissons les paramètres $(\alpha,\beta,\gamma,u,v,w)$ tels que:

$$\vec{\omega}_{S_2/S_1} = \alpha\vec{x} + \beta\vec{y} + \gamma\vec{z} \quad ; \quad \vec{V}(O)_{S_2/S_1} = u\vec{x} + v\vec{y} + w\vec{z}$$

Ce torseur est communément noté de la façon suivante: $\upsilon_{S_2/S_1} = \begin{Bmatrix} \alpha & u \\ \beta & v \\ \gamma & w \end{Bmatrix}_{/O}$. Sur le tableau de la page suivante complétez la colonne réservée au torseur cinématique des liaisons en remplaçant les paramètres des mouvements impossible par 0.

Remarque : pour certaines liaisons, la forme du torseur s'applique à un ensemble de points et non uniquement au centre O de la liaison.

LIAISONS ELEMENTAIRES	exemple	Exemples	Représentation plane	Représentation en perspective	Torseur cinématique des liaisons
Liaison encastrement					
Liaison glissière					
Liaison pivot					
Liaison pivot glissant					
Liaison glissière hélicoïdale					
Liaison plane					
Liaison rotule					
Liaison linéaire annulaire					
Liaison ponctuelle					
Liaison linéaire rectiligne					

8. Cinématique graphique

En cinématique plane, la détermination de la vitesse ($\overrightarrow{V(P)_{S/R}}$) d'un point P d'un solide S en mouvement par rapport à un repère R peut être faite de façon .... (en utilisant les principes étudiés dans ce chapitre), ou aussi de façon graphique. La première façon de faire a l'avantage d'être plus .... (méthode exacte). Graphiquement, ceci pourrait être fait selon l'une des 3 méthodes décrites dans les sections ci-dessous.

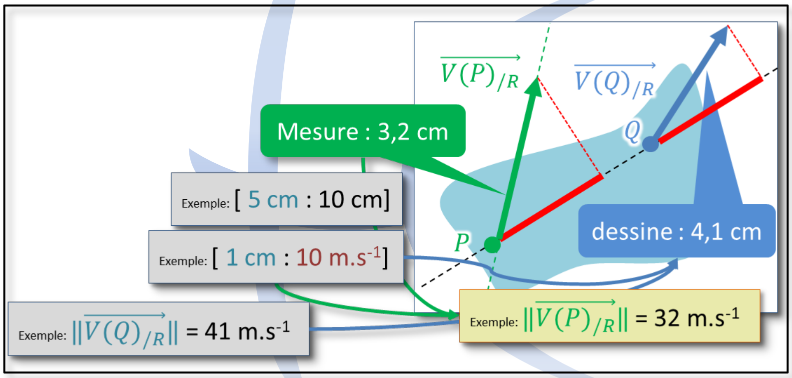
8.1. Par équiprojectivité

8.1.a. Données requises

1. Un graphique à l'échelle du solide étudié [*Grandeur dessinée (cm) : Vraie grandeur (cm)*]
2. Une échelle de correspondance [*Grandeur dessinée (cm) : Vitesse (m.s^{-1})*]
3. La vitesse d'un autre point Q de S : $\overrightarrow{V(Q)_{/R}}$
4. La position exacte de Q par rapport à P
5. La direction de la vitesse recherchée ($\overrightarrow{V(P)_{/R}}$)

8.1.b. Principe

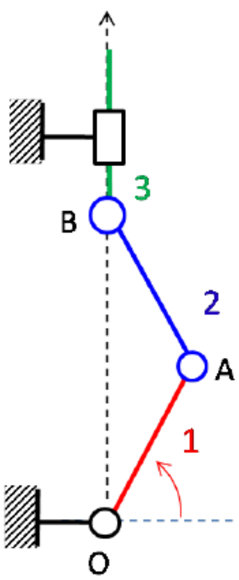
Exploiter le fait que les projections de ($\overrightarrow{V(P)_{/R}}$) sur (PQ) et de ($\overrightarrow{V(Q)_{/R}}$) sur (PQ) sont égales



8.1.c. Etapes

1. En utilisant l'échelle de correspondance, dessiner la vitesse connue du point Q ($\overrightarrow{V(Q)_{/R}}$)
2. Projeter ($\overrightarrow{V(Q)_{/R}}$) sur la droite PQ
3. Reporter cette projection (segment) au niveau de P (**du même coté que celui au niveau de Q**)
4. Dessiner ($\overrightarrow{V(P)_{/R}}$) selon la direction connue et de façon à ce que sa projection sur (PQ) soit correspondante au segment obtenu à l'étape 3
5. Mesurer la longueur de ($\overrightarrow{V(P)_{/R}}$) et déduire sa norme à l'aide de l'échelle de correspondance

8.1.d. Application : système bielle-manivelle



L'objectif est de déterminer la vitesse de sortie du piston 3 par rapport au bâti 0.

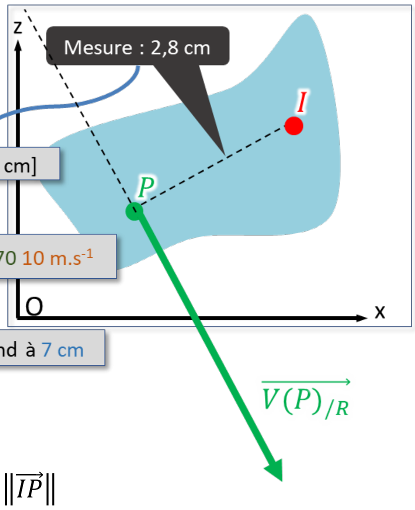
On donne la vitesse de rotation de la manivelle par rapport au bâti 0 (1000 tr/min), le rayon $OB = 3cm$ et on impose une échelle des vitesses de 1cm pour 1m/s.

1. Déterminer et tracer $\vec{V}(A \in 1/0)$.
2. Tracer la direction de $\vec{V}(B \in 3/0)$.
3. Déterminer graphiquement $\vec{V}(B \in 3/0)$.

8.2. Exploitation du CIR connu

8.2.a. Données requises

1. Un graphique à l'échelle du solide étudié [*Grandeur dessinée (cm) : Vraie grandeur (cm)*]
2. Une échelle de correspondance [*Grandeur dessinée (cm) : Vitesse (m.s^{-1})*]
3. La position exacte dans R du CIR (I) du mouvement de S/R
4. La position exacte de P dans R
5. La norme de la VIR ($\|\overrightarrow{\omega_{S/R}}\|$) en [*rad.s^{-1}*] et son sens (+ / -)



8.2.b. Principe

Exploiter le fait que : $\|\overrightarrow{V(P)_{/R}}\|$ est proportionnelle à $\|\overrightarrow{IP}\|$ et $\overrightarrow{V(P)_{/R}} \perp$ (IP)

8.2.c. Etapes

1. Mesurer la distance $\|\overrightarrow{IP}\|$
2. Convertir cette distance en vrai grandeur à l'aide de l'échelle dessin
3. Trouver la norme $\|\overrightarrow{V(P)_{/R}}\|$ par le produit des deux scalaires $\|\overrightarrow{\omega_{S/R}}\|$ x $\|\overrightarrow{IP}\|$
4. Reconstituer $\overrightarrow{V(P)_{/R}}$ par sa normé déjà trouvée, sa direction ⊥ [P I] et son sens cohérent avec le sens de $\overrightarrow{\omega_{S/R}}$ (*ex.: si, dans un mouvement plan sur plan de normale $\vec{y}$; $\overrightarrow{\omega_{S/R}}$ est selon $\vec{y}$ négatif alors $\overrightarrow{V(P)_{/R}}$ matérialise une rotation de $\vec{x}$ vers $\vec{z}$ autour de I*)

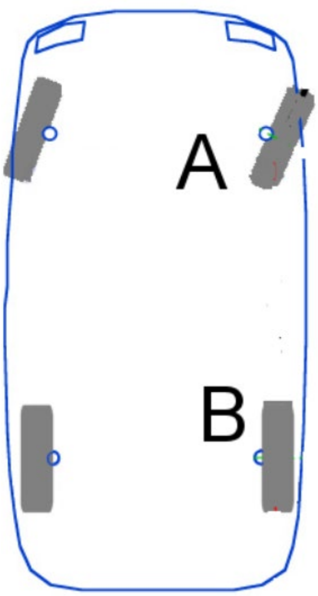
8.2.d. Application : Voiture dans un virage

Soit une voiture en virage. On connait la direction, le sens et la norme (5 m/s) de la vitesse par rapport au sol du centre A de sa roue avant droite. On connait également la direction et le sens de la vitesse par rapport au sol du centre B de sa roue arrière droite. L'objectif est de déterminer la norme de la vitesse de B par rapport au sol.

1- Tracer $\overrightarrow{V(A)_{/sol}}$ - *[Echelle 10 mm pour 1m/s]*

2- Tracer la direction de $\overrightarrow{V(B)_{/sol}}$

3- Déterminer $\|\overrightarrow{V(B)_{/sol}}\|$



8.3. Utilisation du triangle des vitesses (composition)

8.3.a. Données requises

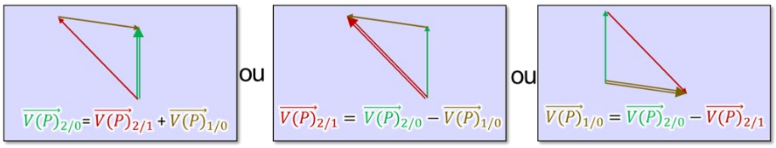
1. Une échelle de correspondance [*Grandeur dessinée (cm)* : *Vitesse (m/s)*]
2. La direction des 3 vitesses du point P (appartenant à un solide S lié à un repère R_2) :

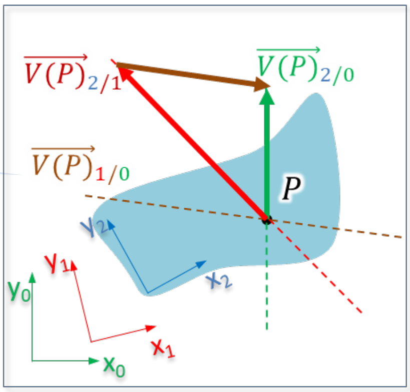
   absolue : $\overrightarrow{V(P\in R_2/R_0)}$ relative : $\overrightarrow{V(P\in R_2/R_1)}$ d'entrainement : $\overrightarrow{V(P\in R_1/R_0)}$
3. La norme de l'une de ces 3 vitesses

8.3.b. Principe

Graphiquement, la loi de composition des vitesses

$\overrightarrow{V(P)}_{2/0}=\overrightarrow{V(P)}_{2/1}+\overrightarrow{V(P)}_{1/0}$ est matérialisée par un triangle dont les côtés correspondent aux 3 vitesses





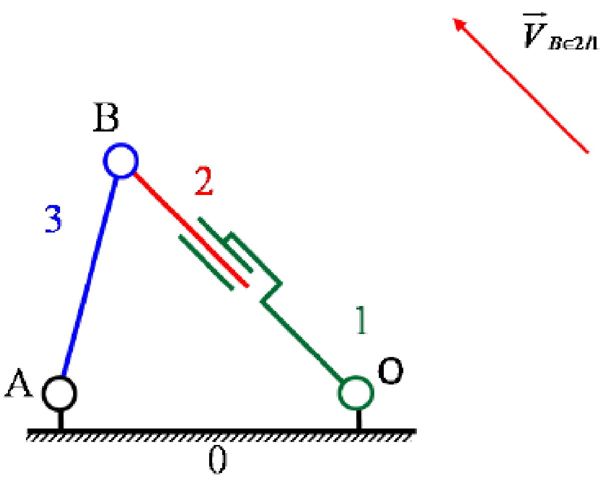
8.3.c. Etapes

1. Dessiner (à l'échelle) la vitesse de norme connue en partant du point P.
   Remarque: *ça pourrait être n'importe laquelle des 3.*
2. Mettre les droites portant les 2 autres vitesses chacune sur une extrémité de la vitesse dessinée (origine et flèche).
   Remarque : l'ordre n'est pas important.
3. L'intersection obtenue donne la norme ainsi que le sens des deux autres vitesses

8.3.d. Application : Elévateur

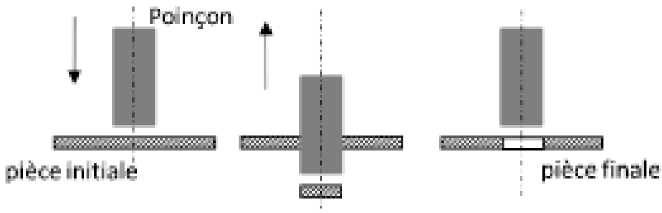
Un solide (3), articulée en A sur le bâti 0, est levée en B par un vérin hydraulique (1 + 2). Le vérin est articulé en O sur le bâti. Les liaisons en O, A et B sont des liaisons pivots. Le dispositif occupe la position de la figure ci-dessous.

1. Donner la nature des mouvements $Mvt(1/0)$,$Mvt(2/1)$,$Mvt(2/3)$ et $Mvt(3/0)$.
2. Ecrire la composition des vitesses pour $\vec{V}_{B\in 2/1}$.
3. Déduire les directions des vitesses et les tracer.
4. Si la tige (2) du vérin sort du corps (1) à la vitesse de 5 cm/s, déterminer les vitesses $\vec{V}_{B\in 2/1}$, $\vec{V}_{B\in 3/0}$ et $\vec{\Omega}_{3/0}$. On donne $AB = 1m$.



8.4. TD1 : Machine à poinçonner

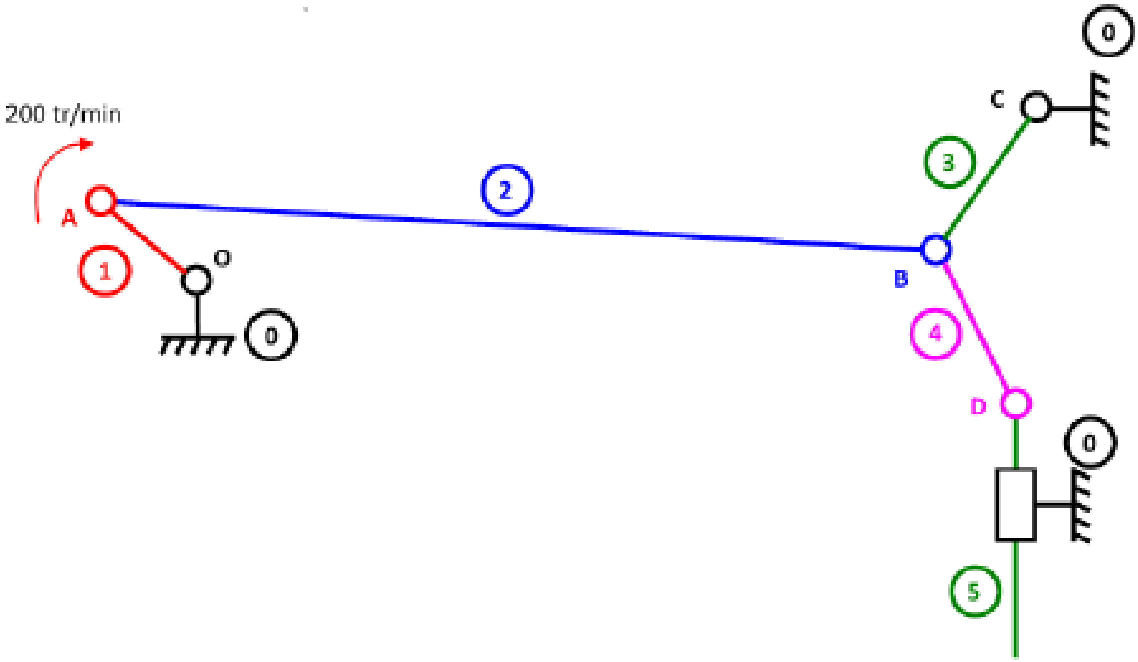
On étudie une machine de poinçonnage. Cette machine permet de faire des trous dans des pièces dont la forme le nécessite. Ces trous sont obtenus par arrachage de matière, lors de la percussion à haute vitesse d'un outil (appelé poinçon) avec la pièce en question.



Critères : Le poinçon doit avoir une vitesse de translation supérieure à 20 cm/s lors de la phase de poinçonnage.

Le schéma cinématique de la mise en mouvement du poinçon dans la machine est fournit sur la figure ci dessous. Un moteur impose un mouvement de rotation à la pièce 1. Ce mouvement est transformé par les pièces 2, 3 et 4, jusqu'à être changé en mouvement de translation alternative du poinçon 5.

1. La pièce 1 tourne à 200 tr/min. La distance OA est de 4 cm. Déterminer $\left\|\overrightarrow{V_{A\in 1/0}}\right\|$.
2. Le sens de rotation de la pièce 1 est donné sur la figure. Tracer sur cette figure $\overrightarrow{V_{A\in 1/0}}$. Echelle graphique : 1 m/s = 5 cm.
3. Déterminer, en argumentant votre réponse, $\overrightarrow{V_{B\in 2/0}}$.
4. Déterminer, $\overrightarrow{V_{D\in 5/0}}$. En mesurant sur le tracé graphique, déterminer $\left\|\overrightarrow{V_{D\in 5/0}}\right\|$.
5. Conclure quant à la capacité de la machine de poinçonnage à satisfaire le critère de vitesse de déplacement du cahier des charges.



8.5. TD2 : Porte d'autobus

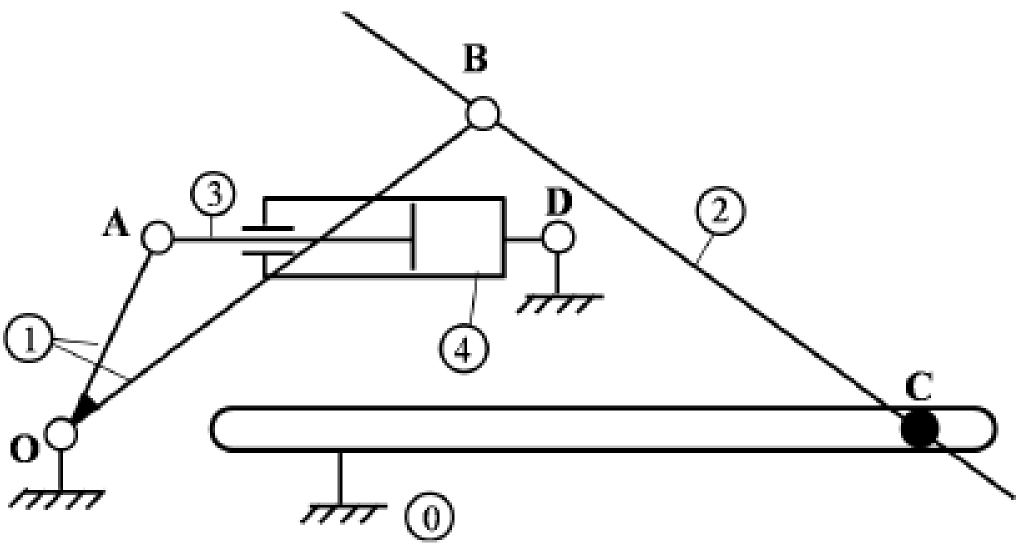
On considère un système d'ouverture de porte d'autobus dont on donne une description cinématique ainsi qu'un extrait de cahier des charges.

La figure ci dessous représente le schéma du mécanisme actionneur d'une porte (2) d'autobus (en vue dessus). Au dessus de la porte, un vérin pneumatique (air comprimé) (3, 4) entraîne une bielle (1) en liaison pivot avec la carrosserie (0). Le bras (OB), encastré à la bielle (1), entraîne le battant de porte (2) qui est guidé par un maneton (C) se déplaçant dans une rainure. L'amplitude de rotation de la bielle (1) de 90° environ permet d'obtenir les positions extrêmes (ouvert / fermé) du battant (2).

Critère : Le système doit s'ouvrir ou se fermer au moins de 10s. Compte tenu de la solution technique retenu la vitesse de translation du maneton dans la rainure doit être inférieure à 30 cm/s.

La vitesse de sortie du vérin $\vec{V}(A \in 3/4)$ lors de l'ouverture de la porte est de $50mm/s$. L'échelle des vitesses est $10mm/s = 5mm$.

1. Déterminer graphiquement le vecteur vitesse $\vec{V}(A \in 4/0)$ en justifiant la démarche suivie.
2. Déterminer, par équiprojectivité, le vecteur vitesse $\vec{V}(B \in 2/0)$ en justifiant la démarche suivie.
3. Donner la direction du vecteur vitesse $\vec{V}(C \in 2/0)$.
4. Déterminer graphiquement le vecteur vitesse $\vec{V}(C \in 2/0)$ en justifiant la démarche suivie.
5. Conclure quant à la capacité de la porte d'autobus à satisfaire le critère vitesse de coulissement du maneton C.



[Fin du chapitre 2]